

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор Высшей школы**  
**современной математики**  
**А.Н. Соболевский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Семинар по геометрии
<b>по направлению:</b>	Математика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 6 час.

Всего часов: 36, всего зач. ед.: 1

Программу составили:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

## Аннотация

Современная математика немыслима без алгебраической, дифференциальной и других геометрий. Цель данного семинара – при помощи решения задач ознакомить студентов с базовыми понятиями геометрии, которые понадобятся им при дальнейшем изучении более продвинутых геометрических дисциплин. Основное внимание уделяется проективной геометрии, сферической геометрии и геометрии Лобачевского. Курс доводится до выпуклой геометрии и теории групп, порожденных отражениями.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Формирование базовых знаний по геометрии для дальнейшего использования в других математических дисциплинах; формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области геометрии;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении методов геометрии в других математических дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Знать основные понятия евклидовой, сферической и гиперболической геометрий.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с геометрическими объектами.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Задачи по проективной геометрии.		4		1
2	Задачи на конические сечения.		2		
3	Задачи на дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.		2		1
4	Задачи о движениях плоскости и пространства.		2		
5	Задачи из сферической геометрии.		2		1
6	Задачи из геометрии Лобачевского.		6		1
7	Эрлагенская программа Ф. Клейна в задачах.		4		1
8	Задачи многомерной геометрии.		2		
9	Задачи выпуклой геометрии.		4		1
10	Задачи о группах, порожденных отражениями.		2		
Итого часов			30		6
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		36 час., 1 зач.ед.			

## 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

### Семестр: 1 (Осенний)

#### 1. Задачи по проективной геометрии.

Задачи на двойное отношение, гармонические четверки точек.

Задачи на дробно-линейные преобразования прямой.

Задачи на свойства проективной прямой, проективной плоскости, проективные преобразования

#### 2. Задачи на конические сечения.

Свойства эллипса, параболы, гиперболы и их использование в задачах..

Задачи на полярную двойственность.

#### 3. Задачи на дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.

Задачи на дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.

Инверсия и стереографическая проекция в задачах.

#### 4. Задачи о движениях плоскости и пространства.

Задачи на описание вращений с помощью кватернионов.

Разные задачи (правильные многогранники, символ Шлефли и т.д.).

#### 5. Задачи из сферической геометрии.

Сферическая тригонометрия в сравнении с плоской, примеры.

Задачи о сферических треугольниках: сумма углов, полярный треугольник.

#### 6. Задачи из геометрии Лобачевского.

Задачи элементарной гиперболической геометрии.

Движения в геометрии Лобачевского. Три типа собственных движений, иллюстрирующие их задачи.

Окружность, орицикл, эквидистанта.

Простейшие геометрические задачи в пространствах Лобачевского.

#### 7. Эрлагенская программа Ф. Клейна в задачах.

Задачи на сведение геометрии Евклида, Лобачевского и Римана к проективной геометрии.

Комплексное проективное пространство, его простейшие свойства.

Задачи на принцип Кэли и формулу Лагерра

#### 8. Задачи многомерной геометрии.

Задачи на вычисление определителей и объемов.

Задачи о многогранниках: симплексы, правильные многогранники.

#### 9. Задачи выпуклой геометрии.

Определения основных понятий: выпуклые фигуры, опорные подпространства, грани и крайние точки.

Выпуклые многогранники и выпуклые полиэдральные конусы, их основные свойства.

Задачи на применение теорем Хана-Банаха и Крейна-Мильмана

10. Задачи о группах, порожденных отражениями.

Задачи на системы корней, положительные корни, камеры Вейля, группы Кокстера.

**5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

**6.Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Геометрия [Текст] : [учебник для вузов] / В. В. Прасолов, В. М. Тихомиров .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во МЦНМО, 2007 .— 328 с.

Дополнительная литература

1. Высшая геометрия [Текст] : учеб. пособие для вузов: доп.М-вом образования РСФСР / Н. В. Ефимов .— 4-е изд.,испр.и доп. — М. : Физматгиз, 1961 .— 580 с.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<https://old.mccme.ru/iur/courses.php>

<https://library.mccme.ru/>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Зачет

#### Разработчики:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Семинар по геометрии» обучающийся должен:

### знать:

Знать основные понятия евклидовой, сферической и гиперболической геометрий.

### уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

### владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с геометрическими объектами.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Геометрия» осуществляется в форме зачета и экзамена. Экзамен проводится в устной форме.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Задачи на двойное отношение и гармонические четверки точек. Другие задачи о проективной прямой и проективной плоскости. Проективные преобразования
2. Задачи о конических сечениях. Полярное соответствие. Двойственность
3. Задачи на дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.
4. Задачи о движениях плоскости и пространства.
5. Задачи сферической геометрии и тригонометрии.
6. Задачи геометрии Лобачевского. Гиперболическая элементарная геометрия
8. Задачи в пространствах Лобачевского. Группа движений трехмерного пространства Лобачевского
9. Задачи многомерной геометрии.
10. Задачи выпуклой геометрии.
12. Задачи о группах, порожденные отражениями.

Пример зачетного задания:

- 1) Вычислительный пример из сферической тригонометрии.
- 2) Задача на применение теоремы Хана-Банаха

### **Критерии оценивания**

Зачет выставляется за оценку не менее «хорошо (5)» по следующим критериям:

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;



- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины.

Во время проведения зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору преподавателя.